УДК 681.883

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОТОЖДЕСТВЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ ОТ НЕСКОЛЬКИХ ИСТОЧНИКОВ

БУТЫРСКИЙ Е.Ю.

АННОТАЦИЯ

В статье приводится анализ статистических методов отождествления информации от нескольких гидроакустических источников. Показано, что оптимальное отождествление и привязка сообщений производится по минимуму суммы квадратичных форм, составленных в соответствии с возможными вариантами группирования.

Ключевые слова: информация; гидроакустика; метод; алгоритм; критерий качества; привязка, решение.

STATISTICAL METHODS OF THR IDENTIFICATION TO INFORMATION FROM SEVERAL SOURCES

BUTYRSKIY E.Y.

ABSTRACT

The analysis of the statistical methods of the identification happens to In article to information from several hydroacustik of the sources. It Is Shown that optimum identification and fasten messages is produced on minimum of the amount of the square-law forms, formed in accordance with possible variant of the grouping.

Keywords: information; hydroacustik; method; algorithm; criterion quality; linking; decision.

Введение

В настоящее время вопросы безопасности и стратегического планирования напрямую связаны с национальным суверенитетом и способностью государства его отстаивать, и отвечать на вызовы современного мира, во многом однополярного, в котором первую скрипку играют милитаристские устремления США. В этих условиях все большую роль играют вопросы освещения обстановки на театрах возможных военных действий. Одной из важнейших компонент является освещение обстановки в Мировом океане, которое тесно связано с объединением и отождествлением информации, поступающей от различных источников.

Предварительное рассмотрение операций, выполняемых в процессе объединения гидроакустической информации нескольких источников, показывает, что большинство из них либо изучались раньше, либо не относятся к собственно операциям обработки (как, например, операция преобразования сообщений в систему координат на пункте сбора). Единственной, существенно новой, операцией в данном случае является операция отождествления сообщений с целью их группирования по принадлежности к одной и той же траектории. В связи с тем, что важность решения задачи объединения информации и ее отождествления от различных источников возрастает, в связи с все более широким внедрением геоинформационных технологий, требованием более достоверного освещения тактической обстановки, представленная в статье тематика является важной и актуальной. Рассмотрению некоторых оптимальных методов выполнения операции отождествления посвящена настоящая статья.

Оптимальное отождествление информации, поступающих от двух ГАС по двум целям

Пусть на пункт сбора поступают сообщения от двух ГАС ($i=1,\ 2$). Сообщение каждой ГАС содержит координаты и составляющие вектора скорости двух целей ($j=1,\ 2$) и приведены к декартовой системе координат в точке привязки пункта сбора информации, а также приведены путем экстраполяции к моменту времени объединения t_k. Каждое из сообщений записывается в виде

$$\mathbf{J}_{ij}=\left(x_{ij},y_{ij},z_{ij},\dot{x}_{ij},\dot{y}_{ij},\dot{z}_{ij},\Psi_{ij},t_k\right). \quad (1)$$

Так как в группу **А** грубо отождествленных сообщений попадают цели с близкими координатами, то корреляционные матрицы ошибок оценки параметров можно считать одинаковыми для всех сообщений, выдаваемых одним источником, т. е.

$$\Psi_{ij}=\Psi_i. \quad (2)$$

Допустим, далее, что каждое из принятых сообщений J_{ij} может быть отождествлено с одним из двух объединенных сообщений (траекторий) $\mathbf{J}_\mathbf{P}$ $(\mathbf{p}=1,2)$, которые также предполагаются представленными в прямоугольной системе координат и экстраполированными на соответствующий момент объединения t_k.

Задача, возникающая на пункте сбора информации, состоит в том, чтобы правильно сгруппировать сообщения, принадлежащие двум целям, и правильно привязать их к соответствующим объединенным траекториям. Эта задача по своему характеру есть задача проверки статистических гипотез. Решается она следующим образом [1,2].

Представим сначала все возможные комбинации группирования и привязки сообщений. При этом будем руководствоваться правилом, согласно которому два сообщения, выданные одной ГАС и отобранные в группу **А**, принадлежат различным целям. Для двумерного случая соответствующая геометрическая модель представлена на рис.1. Как видно из рис.1, при решении задач группирования и привязки двух новых сообщений для двух объединенных траекторий возможны следующие четыре несовместные гипотезы:

1) гипотеза I (H_I): сообщения J_{11} и J_{21} относятся к траектории $\mathbf{J}_1$, а сообщения J_{12} и J_{22} – к траектории $\mathbf{J}_2$;

2) гипотеза II (H_{II}): сообщения J_{12} и J_{22} относятся к траектории $\mathbf{J}_1$, а сообщения J_{11} и J_{21} – к траектории $\mathbf{J}_2$;

3) гипотеза III (H_{III}): сообщения J_{21} и J_{12} относятся к траектории $\mathbf{J}_1$, а сообщения J_{11} и J_{22} – к траектории $\mathbf{J}_2$;

4) гипотеза IV (H_{IV}): сообщения J_{11} и J_{22} относятся к траектории $\mathbf{J}_1$, а сообщения J_{21} и J_{12} – к траектории $\mathbf{J}_2$.

В данной задаче потери, связанные с ошибочным принятием любой из перечисленных гипотез, можно считать одинаковыми. Функция потери может быть взята равной некоторому наперед заданному постоянному числу при выборе любой неправильной гипотезы и равной нулю при выборе правильной гипотезы. Вследствие этого решение о выборе той или иной гипотезы (из возможных четырех) можно принимать по критерию максимума правдоподобия, т. е. по максимальному значению соответствующей функции правдоподобия гипотез.

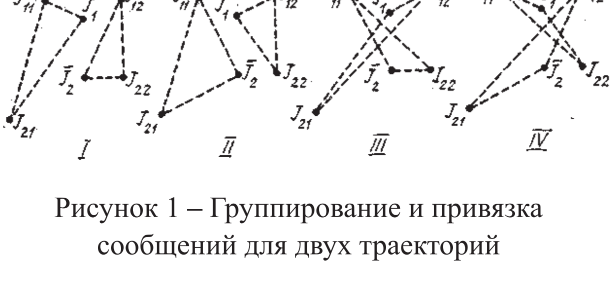

Рисунок 1 – Группирование и привязка сообщений для двух траекторий

Имея в виду статистическую независимость сообщений различных источников, функции правдоподобия гипотез H_I-H_{IV} записываются в следующем виде:

$$\begin{cases} w(H_I) = w_I\left(\mathbf{a}_{11}, \mathbf{a}_{21} / \mathbf{a}_1;\ \mathbf{a}_{12},\ \mathbf{a}_{22} / \mathbf{a}_2\right) = w\left(\mathbf{a}_{11} / \mathbf{a}_1\right) w\left(\mathbf{a}_{21} / \mathbf{a}_1\right) w\left(\mathbf{a}_{12} / \mathbf{a}_2\right) w\left(\mathbf{a}_{22} / \mathbf{a}_2\right) \\ w(H_{II}) = w_{II}\left(\mathbf{a}_{12}, \mathbf{a}_{22} / \mathbf{a}_1;\ \mathbf{a}_{11},\ \mathbf{a}_{21} / \mathbf{a}_2\right) = w\left(\mathbf{a}_{12} / \mathbf{a}_1\right) w\left(\mathbf{a}_{22} / \mathbf{a}_1\right) w\left(\mathbf{a}_{11} / \mathbf{a}_2\right) w\left(\mathbf{a}_{21} / \mathbf{a}_2\right) \\ w(H_{III}) = w_{III}\left(\mathbf{a}_{21}, \mathbf{a}_{12} / \mathbf{a}_1;\ \mathbf{a}_{11},\ \mathbf{a}_{22} / \mathbf{a}_2\right) = w\left(\mathbf{a}_{21} / \mathbf{a}_1\right) w\left(\mathbf{a}_{12} / \mathbf{a}_1\right) w\left(\mathbf{a}_{11} / \mathbf{a}_1\right) w\left(\mathbf{a}_{22} / \mathbf{a}_2\right) \\ w(H_{IV}) = w_{IV}\left(\mathbf{a}_{11}, \mathbf{a}_{22} / \mathbf{a}_1;\ \mathbf{a}_{21},\ \mathbf{a}_{12} / \mathbf{a}_2\right) = w\left(\mathbf{a}_{11} / \mathbf{a}_1\right) w\left(\mathbf{a}_{22} / \mathbf{a}_1\right) w\left(\mathbf{a}_{21} / \mathbf{a}_2\right) w\left(\mathbf{a}_{12} / \mathbf{a}_2\right) \end{cases} \quad (3)$$

где $\mathbf{a}_{ij}$ – вектор параметров сообщения $\mathbf{J}_{ij}$; $\mathbf{a}_p$ – вектор параметров сообщения $\mathbf{J}_p$; $w\left(\mathbf{a}_{ij} / \mathbf{a}_p\right)$ – многомерная условная плотность вероятности параметров сообщения $\mathbf{J}_{ij}$ при условии, что это сообщение относится (принадлежит) к объединенному сообщению $\mathbf{J}_p$.

При принятии решения о выборе одной из альтернативных гипотез естественным является использование разностей между соответствующими составляющими вектора параметров вновь полученных и объединенных сообщений. Поэтому от условных плотностей $w\left(\mathbf{a}_{ij} / \mathbf{a}_p\right)$ необходимо перейти к плотностям распределения для вектора разностей параметров сообщений $\mathbf{J}_{ij}$ и $\mathbf{J}_p$, т. е. для вектора

$$\Delta\mathbf{a}_{ij/p} = \begin{vmatrix} x_{ij} - x_p \\ y_{ij} - y_p \\ z_{ij} - z_p \\ \dot{x}_{ij} - \dot{x}_p \\ \dot{y}_{ij} - \dot{y}_p \\ \dot{z}_{ij} - \dot{z}_p \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \Delta x_{ij/p} \\ \Delta y_{ij/p} \\ \Delta z_{ij/p} \\ \Delta \dot{x}_{ij/p} \\ \Delta \dot{y}_{ij/p} \\ \Delta \dot{z}_{ij/p} \end{vmatrix}. \quad (4)$$

Для вектора разности $\Delta\mathbf{a}_{ij/p}$ может быть принят нормальный закон распределения вероятности. Тогда соответствующая условная плотность вероятности записывается в виде

$$w\left(\Delta\mathbf{a}_{ij/p}\right) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^6 \left|\mathbf{R}_{i\mathbf{p}}\right|}} \exp\left[-\Delta\mathbf{a}_{ij/\mathbf{p}}^T \mathbf{R}_{i\mathbf{p}}^{-1} \Delta\mathbf{a}_{ij/\mathbf{p}}\right], \quad (5)$$

где $\mathbf{R}_{i\mathbf{p}} = \mathbf{R}_i + \mathbf{R}_\mathbf{p}$ – корреляционная матрица ошибок для вектора разности параметров сравниваемых сообщений, элементы которой равны сумме одноименных элементов матриц ошибок оценки параметров нового и обобщенного сообщений (обе эти матрицы имеют размерность (6×6)).

С учетом выражений (4) и (5) функции правдоподобия гипотез записываются в виде:

$$w(H_I) = c\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\Delta\mathbf{a}_{11/1}^T \mathbf{R}_{11}^{-1} \Delta\mathbf{a}_{11/1} + \Delta\mathbf{a}_{21/1}^T \mathbf{R}_{21}^{-1} \Delta\mathbf{a}_{21/1} + \Delta\mathbf{a}_{12/2}^T \mathbf{R}_{12}^{-1} \Delta\mathbf{a}_{12/1} + \Delta\mathbf{a}_{22/2}^T \mathbf{R}_{22}^{-1} \Delta\mathbf{a}_{22/2}\right)\right],$$

$$w(H_{II}) = c\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\Delta\mathbf{a}_{12/1}^T \mathbf{R}_{11}^{-1} \Delta\mathbf{a}_{12/1} + \Delta\mathbf{a}_{22/1}^T \mathbf{R}_{21}^{-1} \Delta\mathbf{a}_{22/1} + \Delta\mathbf{a}_{11/2}^T \mathbf{R}_{12}^{-1} \Delta\mathbf{a}_{11/2} + \Delta\mathbf{a}_{21/1}^T \mathbf{R}_{22}^{-1} \Delta\mathbf{a}_{21/2}\right)\right],$$

$$w(H_{III}) = c\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\Delta\mathbf{a}_{21/1}^T \mathbf{R}_{21}^{-1} \Delta\mathbf{a}_{21/1} + \Delta\mathbf{a}_{12/1}^T \mathbf{R}_{11}^{-1} \Delta\mathbf{a}_{12/1} + \Delta\mathbf{a}_{11/2}^T \mathbf{R}_{12}^{-1} \Delta\mathbf{a}_{11/1} + \Delta\mathbf{a}_{22/2}^T \mathbf{R}_{22}^{-1} \Delta\mathbf{a}_{22/2}\right)\right],$$

$$w(H_{IV}) = c\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\Delta\mathbf{a}_{11/1}^T \mathbf{R}_{11}^{-1} \Delta\mathbf{a}_{11/1} + \Delta\mathbf{a}_{22/1}^T \mathbf{R}_{21}^{-1} \Delta\mathbf{a}_{22/1} + \Delta\mathbf{a}_{21/2}^T \mathbf{R}_{22}^{-1} \Delta\mathbf{a}_{21/1} + \Delta\mathbf{a}_{12/2}^T \mathbf{R}_{12}^{-1} \Delta\mathbf{a}_{12/2}\right)\right]. \quad (6)$$

Обозначим суммы квадратичных форм в круглых скобках выражений (6) через $\sum_\mathbf{I}$, $\sum_\mathbf{II}$, $\sum_\mathbf{III}$ и $\sum_\mathbf{IV}$ соответственно. Тогда оптимальное по критерию максимального правдоподобия правило принятия решения на группирование и привязку сообщений к объединенным траекториям формулируется следующим образом. В качестве наиболее правдоподобного выбирается тот вариант группирования и привязки сообщений, для которого сумма квадратичных форм $\sum$ минимальна.

В соответствии с этим правилом, например, гипотеза H_I выбирается, если

$$\sum \quad \min \sum \quad (\mathrm{k} = \mathrm{I, II, III, IV}). \qquad (7)$$

Аналогичным образом для выбора гипотезы H_{II} должно выполняться условие

$$\sum\nolimits_2 = \min_{\mathbf{k}} \sum\nolimits_{\mathbf{k}} \quad \text{и т. д.}$$

Таким образом, оптимальное отождествление и привязка сообщений в данном случае производится по минимуму суммы квадратичных форм, составленных в соответствии с возможными вариантами группирования.

Для получения упрощенных правил отождествления можно сделать следующие допущения.

1. Отождествление и привязка сообщений производится только по координатам x, y, z.

2. Координаты x_{ij}, y_{ij}, z_{ij} вновь полученных и подлежащих отождествлению сообщений некоррелируются между собой.

3) Координаты $\overline{x}_{\mathbf{p}}, \overline{y}_{\mathbf{p}}$ и $\overline{z}_{\mathbf{p}}$, объединенных сообщений, также некоррелированы между собой.

С учетом этих допущений вектор разностей параметров сообщений имеет следующий вид

$$\Delta \mathbf{a}_{ij/\mathbf{p}} = \begin{vmatrix} x_{ij} - \overline{x}_{\mathbf{p}} \\ y_{ij} - \overline{y}_{\mathbf{p}} \\ z_{ij} - \overline{z}_{\mathbf{p}} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \Delta x_{ij/\mathbf{p}} \\ \Delta y_{ij/\mathbf{p}} \\ \Delta z_{ij/\mathbf{p}} \end{vmatrix}. \qquad (8)$$

а корреляционная матрица ошибок оценки этого вектора равна

$$\mathbf{R}_{i\mathbf{p}} = \begin{vmatrix} \sigma^2_{x_i} + \sigma^2_{x_{i\mathbf{p}}} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma^2_{y_i} + \sigma^2_{y_{i\mathbf{p}}} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^2_{z_i} + \sigma^2_{z_{i\mathbf{p}}} \end{vmatrix}. \qquad (9)$$

Обратная корреляционная матрица $\mathbf{R}^{-1}_{i\mathbf{p}}$ теперь равна

$$\mathbf{R}^{-1}_{i\mathbf{p}} = \begin{vmatrix} w_{x_{i\mathbf{p}}} & 0 & 0 \\ 0 & w_{y_{i\mathbf{p}}} & 0 \\ 0 & 0 & w_{z_{i\mathbf{p}}} \end{vmatrix}, \qquad (10)$$

где $w_{\mathbf{U}_{i\mathbf{p}}} = \dfrac{1}{\sigma^2_{\mathbf{U}_{i\mathbf{p}}} + \sigma^2_{\mathbf{U}_{i\mathbf{p}}}}$, $\mathbf{U} = x, y, z$.

Теперь выражение для каждой квадратичной формы записывается в виде

$$Q_{ij/\mathbf{p}} = w_{x_{i\mathbf{p}}} \Delta x^{\mathbf{2}}_{ij/\mathbf{p}} + w_{y_{i\mathbf{p}}} \Delta y^{\mathbf{2}}_{ij/\mathbf{p}} + w_{z_{i\mathbf{p}}} \Delta z^{\mathbf{2}}_{ij/\mathbf{p}}. \qquad (11)$$

С учетом (10) сумма квадратичных форм, стоящих под знаком экспоненты, например, в выражении для функции правдоподобия первой гипотезы $w(H_I)$, теперь равна [см. (4)]

$$\begin{aligned} \sum\nolimits_{\mathbf{I}} &= w_{x_{11}} \Delta x^2_{11/1} + w_{y_{11}} \Delta y^2_{11/1} + w_{z_{11}} \Delta z^2_{11/1} + w_{x_{21}} \Delta x^2_{21/1} + \\ &+ w_{y_{21}} \Delta y^2_{21/1} + w_{z_{21}} \Delta z^2_{21/1} + w_{x_{12}} \Delta x^2_{12/2} + w_{y_{12}} \Delta y^2_{12/2} + \\ &+ w_{z_{12}} \Delta z^2_{12/2} + w_{x_{22}} \Delta x^2_{22/2} + w_{y_{22}} \Delta y^2_{22/2} + w_{z_{22}} \Delta z^2_{22/2} = \\ &= \sum_{(i/\mathbf{p})_k} \left(w_{x_{i\mathbf{p}}} \Delta x^2_{ij/\mathbf{p}} + w_{y_{i\mathbf{p}}} \Delta y^2_{j/\mathbf{p}} + w_{z_{i\mathbf{p}}} \Delta z^2_{j/\mathbf{p}} \right). \end{aligned} \qquad (12)$$

где k — номер набора переменных i, j и $\mathbf{p}$ при формировании слагаемых:

$$(i, j, \mathbf{p})_1 = (1,\ 1,\ 1);\ (i, j, \mathbf{p})_2 = (2,\ 1,\ 1);$$
$$(i, j, \mathbf{p})_3 = (1,\ 2,\ 2);\ (i, j, \mathbf{p})_4 = (2,\ 2,\ 2).$$

Аналогичным образом записываются выражения для сумм квадратичных форм, входящих в функции правдоподобия других гипотез. Изменится только порядок подстановки переменных $(i, j, \mathbf{p})$ при формировании слагаемых. Так, для $\sum_2$ наборы переменных должны быть следующие:

$$(i, j, \mathbf{p})_1 = (1,\ 2,\ 1);\ (i, j, \mathbf{p})_2 = (2,\ 2,\ 1);$$
$$(i, j, \mathbf{p})_3 = (1,\ 1,\ 2);\ (i, j, \mathbf{p})_4 = (2,\ 1,\ 2).$$

Для других гипотез наборы переменных можно получить непосредственно из формул (6).

Таким образом, решение на группирование и привязку сообщений к траекториям принимается в данном случае по минимуму взвешенной суммы квадратов отклонений по координатам x, y, z между поступившими и объединенными сообщениями. Это правило принятия решения значительно проще в реализации исходного правила (7) и может быть использовано в реальных алгоритмах отождествления.

Группирование новых сообщений без привязки к объединенным сообщениям

Рассмотренный в предыдущем пункте оптимальный метод группирования и привязки новых сообщений к объединенным сообщениям достаточно сложен в реализации, даже в упрощенном варианте.

Поэтому представляет интерес подход к решению задачи отождествления по частям:

- сначала группирование сообщений, которые могут быть отнесены к одной цели, затем усреднение параметров сгруппированных сообщений;
- осуществляется привязка усредненных сообщений к объединенным сообщениям пункта сбора информации.

Рассмотрим здесь решение задачи группирования новых сообщений без привязки групп к объединенным сообщениям.

Пусть, как и прежде, сообщения о двух целях поступают от двух ГАС. Задача, решаемая на пункте сбора информации, состоит теперь в рассмотрении всех возможных вариантов группирования новых сообщений и выборе одного из них в качестве наиболее вероятного.

Обращаясь к рис.1, где показаны все возможные варианты группирования и привязки новых сообщений, можно видеть, что если не учитывать привязку новых сообщений к объединенным, то варианты, соответствующие гипотезам I и II, совпадают. Аналогично совпадают также варианты группирования сообщений, соответствующие гипотезам III и IV. Следовательно, при принятии решения на группирование сообщений в данном случае должны сопоставляться две альтернативные гипотезы (рис. 2):

- гипотеза 1: сообщения J_{21} и J_{12} относятся к одной цели, а сообщения J_{11} и J_{22}, – к другой;
- гипотеза 2: сообщения J_{11} и J_{22} относятся к одной цели, а сообщения J_{21} и J_{12} – к другой.

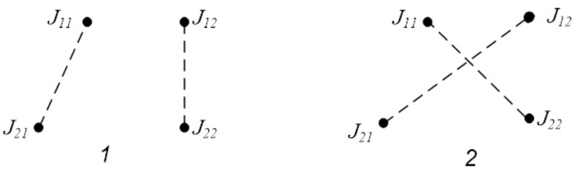

Рисунок 2 – Группирование двух сообщений от двух ГАС.

Запишем выражения для векторов разностей параметров сообщений, соответствующих гипотезам 1 и 2. Имеем

$$\mathbf{P}_1 = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_{11} - \mathbf{a}_{21} \\ \mathbf{a}_{12} - \mathbf{a}_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \Delta\mathbf{a}_{1121} \\ \Delta\mathbf{a}_{1222} \end{vmatrix}; \quad (12)$$

$$\mathbf{P}_2 = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_{11} - \mathbf{a}_{22} \\ \mathbf{a}_{12} - \mathbf{a}_{21} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \Delta\mathbf{a}_{1122} \\ \Delta\mathbf{a}_{2112} \end{vmatrix}. \quad (13)$$

Векторы $\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{P}_2$ имеют размерность (12x1).

Поскольку по условию многомерный закон распределения координат и составляющих вектора скорости каждого сообщения является нормальным, то и векторы $\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{P}_2$ являются нормально распределенными случайными векторами. Средние значения этих векторов, очевидно, равны нулю, а корреляционные матрицы вычисляются на основе корреляционных матриц исходных сообщений следующим образом:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{P}_1} = \mathbf{R}_{\mathbf{P}_2} = \begin{vmatrix} \mathbf{R}_{12} & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_{12} \end{vmatrix}, \quad (14)$$

где $\mathbf{R}_{12} = \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2$ – корреляционная матрица ошибок для составляющих $\mathbf{a}_{ijrz}$. векторов $\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{P}_2$.

Здесь, как и раньше, принимается, что ошибки ГАС при измерении координат близко расположенных целей, имеют одинаковые корреляционные матрицы, т. е. $\mathbf{R}_{ij} = \mathbf{R}_i$.

Далее обычным образом можно записать выражения для функций правдоподобия гипотез 1 и 2, что соответствует записи условных плотностей вероятности для векторов $\mathbf{P}_i \ \left(i = 1,\ 2\right)$:

$$w\left(\mathbf{P}_1 / H_1\right) = \frac{1}{\left(2\pi\right)^6 \sqrt{\left|\mathbf{R}_{12}\right|}} \exp\left[-\frac{1}{2}\mathbf{P}_1^{\mathrm{T}} \mathbf{R}_{\mathbf{P}_1}^{-1} \mathbf{P}_1\right], (15)$$

$$w\left(\mathbf{P}_2 / H_2\right) = \frac{1}{\left(2\pi\right)^6 \sqrt{\left|\mathbf{R}_{12}\right|}} \exp\left[-\frac{1}{2}\mathbf{P}_2^{\mathrm{T}} \mathbf{R}_{\mathbf{P}_2}^{-1} \mathbf{P}_2\right]. (16)$$

Выбор гипотез, т. е. решение на группирование сообщений, принимается теперь на основании сравнения квадратичных форм, стоящих под знаком экспоненты в выражениях (15) и (16).

Гипотеза 1 принимается, если

$$\mathbf{P}_1^T \mathbf{R}_{\mathbf{P}_1}^{-1} \mathbf{P}_1 < \mathbf{P}_2^T \mathbf{R}_{\mathbf{P}_2}^{-1} \mathbf{P}_2 \ . \qquad (17)$$

В противном случае принимается гипотеза 2.

Предположим теперь, что отождествление производится только по координатам x_{ij}, y_{ij}, z_{ij} и корреляция между этими координатами отсутствует. Тогда корреляционная матрица ошибок для векторов $\mathbf{R}_{\mathbf{P}_1}$ и $\mathbf{R}_{\mathbf{P}_2}$ запишется в виде

$$\mathbf{R}_{\mathbf{P}_1} = \mathbf{R}_{\mathbf{P}_2} = \begin{vmatrix} \sigma_1^2 + \sigma_2^2 & 0 \\ 0 & \sigma_1^2 + \sigma_2^2 \end{vmatrix}, \qquad (18)$$

где

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 = \begin{vmatrix} \sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{y_1}^2 + \sigma_{y_2}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{z_1}^2 + \sigma_{z_2}^2 \end{vmatrix}. (19)$$

Квадратичные формы под знаком экспоненты в выражениях (15) и (16) в этом случае соответственно равны:

$$\begin{cases} Q_{\mathbf{R}_1} = \dfrac{\Delta x_{1121}^2 + \Delta x_{1222}^2}{\sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2} + \dfrac{\Delta y_{1121}^2 + \Delta y_{1222}^2}{\sigma_{y_1}^2 + \sigma_{y_2}^2} + \dfrac{\Delta z_{1121}^2 + \Delta z_{1222}^2}{\sigma_{z_1}^2 + \sigma_{z_2}^2}, \\ Q_{\mathbf{R}_2} = \dfrac{\Delta x_{1122}^2 + \Delta x_{2112}^2}{\sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2} + \dfrac{\Delta y_{1122}^2 + \Delta y_{2112}^2}{\sigma_{y_1}^2 + \sigma_{y_2}^2} + \dfrac{\Delta z_{1122}^2 + \Delta z_{2112}^2}{\sigma_{z_1}^2 + \sigma_{z_2}^2}, \end{cases} \qquad (20)$$

а решение на отождествление сообщений принимается на основе сравнения взвешенных сумм квадратов расстояний между одноименными координатами в комбинациях сообщений, соответствующих гипотезам 1 и 2. Гипотеза 1 выбирается в случае, если $\mathrm{Q}_{\mathrm{P}_1} < \mathrm{Q}_{\mathrm{P}_2}$, а гипотеза 2 – если $\mathrm{Q}_{\mathrm{P}_2} < \mathrm{Q}_{\mathrm{P}_1}$.

Пусть далее выполняется условие

$$\sigma_{x_1}^2 = \sigma_{x_2}^2 = \sigma_{y_1}^2 = \sigma_{y_2}^2 = \sigma_{z_1}^2 = \sigma_{z_2}^2 = \sigma^2 . (21)$$

Тогда выражения для квадратичных форм (20) преобразуются к следующему виду

$$Q_{\mathbf{P}_1} = \frac{1}{2\sigma^2}\left(l_{1121}^2 + {}_{1222}^2\right), \ Q_{\mathbf{P}_2} = \frac{1}{2\sigma^2}\left(l_{1122}^2 + {}_{2112}^2\right),$$

где $l_{ijrz}^2 = \Delta x_{ijrz}^2 + \Delta y_{ijrz}^2 + \Delta z_{ijrz}^2$.

В этом случае гипотеза 1 принимается, если

$$l_{1121}^2 + l_{1222}^2 < l_{1122}^2 + l_{2112}^2 \ , \qquad (22)$$

а гипотеза 2 – при справедливости противоположного неравенства. Правило (22) сокращенно записывается в виде.

$$\min_k \sum \left(l_{ijrz}^2\right)_k \ , \ k = 1,\ 2 . \qquad (23)$$

Индекс k здесь указывает на то, что проверяется на минимум каждая из двух допустимых комбинаций квадратов разностей координат отождествляемых сообщений.

Таким образом, при выполнении условий (17) и (21) оптимальным является решение на группирование по минимуму суммы квадратов расстояний между сообщениями. Из-за простоты это правило решения может быть использовано в системе с ограниченной производительностью вычислительных средств.

Группирование сообщений, поступающих от m ГАС по n целям

При постановке и решении задачи группирования сообщений, полученных от *m* ГАС по *n* целям, будем считать, что каждая ГАС наблюдает всю группу целей полностью и передает на пункт сбора сообщения о всех целях группы. В процессе решения задачи необходимо рассмотреть все возможные варианты группирования этих сообщений и выбрать один, оптимальный в некотором смысле вариант. Общее число возможных вариантов группирования в этом случае определяется выражением

$$k = (m-1)!n! \cdot \qquad (24)$$

Справедливость формулы (24) покажем на простом примере, когда $m = 2$, а $n = 3$ (две ГАС, три сообщения от каждой ГАС). Все возможные варианты группирования для этого примера приведены на рис.3. Как видно из рис. 8 число вариантов группирования равно 6. По формуле (24) также получаем

$$k = (2-1)!3! = 6.$$

Чтобы решить, какой из вариантов группирования является оптимальным, для каждого из них записывается вектор разностей параметров сообщений R*j* (*j* = 1, 2, ..., *k*), входящих в данный вариант. Например, для первого варианта группирования (рис. 3) имеем

$$\mathbf{P}_1 = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_{11} - \mathbf{a}_{21} \\ \mathbf{a}_{12} - \mathbf{a}_{22} \\ \mathbf{a}_{13} - \mathbf{a}_{23} \end{vmatrix}, \qquad (25)$$

Аналогичным образом можно записать выражения для векторов $\mathrm{P}_2,\ldots,\ \mathrm{P}_6$, соответствующих другим комбинациям.

Если принять, что для группирования используется только информация о координатах и эти координаты не коррелированны между собой, го вектор P_1 (и другие векторы разностей координат) будут иметь размерность (9×1), а корреляционная матрица ошибок оценки составляющих этого вектора имеет вид

$$\mathbf{R}_{\mathbf{P}_1} = \ldots = \mathbf{R}_{\mathbf{P}_6} = \begin{vmatrix} \sigma_1^2+\sigma_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_1^2+\sigma_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_1^2+\sigma_2^2 \end{vmatrix}. \qquad (26)$$

Диагональные элементы матрицы (26) представляют собой матрицы (3×3), определяемые выражением (18).

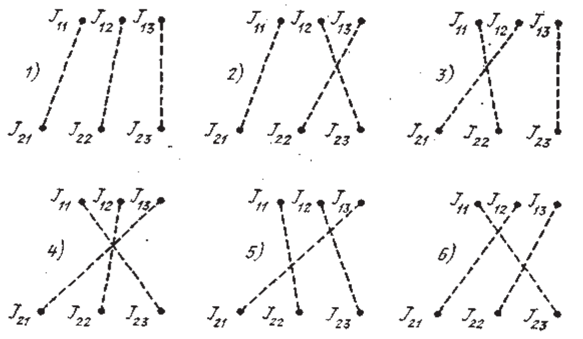

Рисунок 3 – Варианты группирования сообщений от двух ГАС по трем целям

Теперь для каждого вектора **R**, может быть записана квадратичная форма, аналогичная (19). Число конкурирующих гипотез при принятии решения равно числу вариантов группирования. В качестве оптимального принимается тот вариант, для которого соответствующая квадратичная форма будет минимальной, т. е. $\min_i Q_i$, $i = \overline{1,\ k}$, где Q_i – квадратичная форма для i -го варианта группирования.

Если предположить, что суммы дисперсий ошибок по каждой из координат одинаковы, то приходим к правилу решения $\min_i \sum\left(l_{ijrz}^2\right)$, согласно которому, решение на группирование принимается по минимуму суммы квадратов расстояний между сравниваемыми сообщениями.

Таким образом, задача группирования сообщений о n целях, полученных от m источников, принципиально ничем не отличается от подробно рассмотренной в выше задачи группирования сообщений о двух целях, полученных от двух ГАС. Увеличивается только число возможных вариантов группирования, а следовательно, и объем вычислений.

Список литературы

1. Кузьмин С.З. Основы теории цифровой обработки радиолокационной информации. – М., Сов. радио, 1974. – 431 с.

2. Кузьмин С.З. Основы проектирования систем цифровой обработки радиолокационной информации. – М., Сов. радио, 1986. – 351 с.