

УДК 681.519

*БУТЫРСКИЙ ЕВГЕНИЙ ЮРЬЕВИЧ,  
САПРЫКИН АЛЕКСЕЙ ВЯЧЕСЛАВОВИЧ,  
ШКЛЯРУК ОЛЕГ НИКОЛАЕВИЧ*

## ТЕОРЕТИКО-ГРУППОВОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СИГНАЛОВ И ПЕРСПЕКТИВЫ ЕГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ

### АННОТАЦИЯ

В статье развивается теоретико-групповой подход, позволяющий с единых позиций трактовать значительный круг теории сигналов – выявление структуры, возможность представлений сигналов и их линейных комбинаций, классификация по признаку преобразований. Предлагаемый подход является конструктивным при построении систем связи и средств обнаружения сигналов, подверженных влиянию эффекта Доплера и другим преобразованиям.

**Ключевые слова:** сигнал; структура; преобразование; группа; представление; обнаружение; кинематика; функция.

*BUTIRSKIY E. U.,  
SAPRYKIN A. V.,  
SHKLYRUK O. N.*

## GROUP-THEORETIC REPRESENTATION OF SIGNALS AND THE PROSPECTS FOR ITS USE

### ABSTRACT

In the article is developed the group-theoretic approach, which makes it possible from the united positions to treat the significant circle of the theory of signals – the development of structure, the possibility of the ideas of signals and their linear combinations, the classification according to the sign of conversions. The proposed approach is design during the construction of the systems of communications and means of the detection of signals, subjected to the influence of the Doppler effect and to other conversions.

**Keywords:** signal; structure; conversion; group; idea; detection; kinematics; function.

### Введение

Прогресс науки и техники тесно связан с разработкой и освоением теории и практики военных систем различного назначения, в том числе и гидроакустических. Основной проблемой современной гидроакустики является проблема обнаружения гидроакустических сигналов при низких отношениях сигнал-помеха (ОСП). Решение этой проблемы связано с более глубоким изучением процессов распространения сигналов, влияния на них среды и кинематики объектов локации и поиском характеристик сигналов инвариантных

относительно этих преобразований. Математическим аппаратом, позволяющим решить данную проблему, является теория групп и представлений. Рассмотрению перспектив развития гидроакустики с использованием этой теории и посвящена настоящая статья.

Одной из основных тенденций развития гидроакустических систем является постоянный рост их сложности, что обусловлено ростом числа решаемых системами задач, объемом решаемых вычислительных задач в процессе обнаружения полезных сигналов на фоне шумов различной

природы. Необходимость обнаружения полезных сигналов на фоне помех предопределяет важность проведения исследований физической сущности изменения полезных сигналов, влияния на них среды распространения и построением на базе этих исследований математических моделей, позволяющих адекватно отобразить процессы распространения гидроакустических сигналов и описать сопутствующие шумы и помехи.

Классификация гидроакустических систем зависит от решаемых задач, размеров, частотного диапазона, размещения, способов обзора пространства, методов обработки гидроакустических сигналов и т.д.

Различают следующие классы гидроакустических систем:

- системы активной локации, основанные на обработке отраженного от цели излучаемого сигнала; системы пассивной локации, основанные на обработке шумового поля корабля (НК), подводной лодки (ПЛ), торпеды мины и т.д.;
- системы обнаружения гидроакустических сигналов, излучаемых гидроакустическими средствами целей;
- системы звукоподводной связи и навигационного обеспечения;
- системы, предназначенные для решения широкого круга актуальных народнохозяйственных задач (рыбный промысел, обнаружение затонувших объектов, экологический мониторинг, изучение прибрежных и шельфовых зон, обеспечение геологоразведочных и буровых работ на дне океана и т.д.).

Гидроакустическая система предназначена для приема полезной информации, носителем которой служат гидроакустические сигналы (гидроакустическое поле), поступающие на вход приемника вместе с помехами и шумами, как естественного, так и искусственного происхождения. По результатам наблюдения гидроакустического поля на ограниченном пространственно-временном интервале, конфигурация которого определяется конструкцией приемной антенны, необходимо принять решение о значениях параметров полезного сигнала, соответствующих объекту поиска или ложной цели. Помехи и шумы затрудняют прием полезного сигнала и, соответственно, процесс принятия

решения при решении задач обнаружения, фильтрации, классификации является статистическим. Таким образом, решения принимаются с той или иной вероятностью, определяющей качество решения задачи, решаемой гидроакустической системой. Совокупность операций, выполняемых над наблюдаемыми значениями гидроакустического поля на апертуре приемной антенны, называют пространственно-временной обработкой гидроакустического сигнала.

Следует сказать, что методы первичной обработки сигналов инвариантны относительно их физической природы. Оптимальные алгоритмы обработки сигналов имеют одинаковую структуру в таких областях военной радиоэлектроники, как гидроакустика, радиолокация, радионавигация, радиосвязь, радиоизмерение и т.д. Отличия проявляются в способах реализации алгоритмов обработки, так как радиолокационные и гидроакустические сигналы имеют различные частоты и полосы частот, отличаются физической природой и механизмами порождения сопутствующих шумов и помех и т.д. В соответствии с принципом дуальности, на уровне математических моделей системы обработки сигналов и сигналы не различимы. Отсюда следует, что методы и алгоритмы обработки в различных областях радиоэлектроники также неразличимы. Таким образом, теория обработки сигналов не зависит от природы сигналов и помех, а определяется только их математическими моделями и является единой для решения задач в различных предметных областях.

Эффективность использования гидроакустических систем, зависит от эффективности функционирования составляющих их элементов. Процесс получения информации из поступающей на вход гидроакустической системы реализации, включающей в себя сигнал, помеху и шумы, происходит в три этапа.

К этим этапам относят: первичную, вторичную и третичную обработки.

Наиболее важным является этап первичной обработки, включающий в себя множество функциональных и операторных преобразований входных процессов, на основе которых формируется оценка информативных параметров сигналов. При первичной обработке решаются задачи:

- обнаружения целей на фоне помех;

- измерение их координат;
- разрешение и селекция целей по различным параметрам;
- кодирование полученных данных;
- приведение выходного эффекта к удобному для отсчета виду.

Гидроакустическая среда обладает рядом специфических особенностей, к которым относятся:

- разнообразие гидроакустических условий и границ, которые зависят от пространственно-временных координат;
- наличие специфической гидроакустической реверберационной помехи;
- сложная помехо-сигнальная обстановка, обусловленная шумами судоходства, технических систем и биологическими шумами;
- сопоставимость скорости звука со скоростью подводных и надводных объектов (большое число Маха в сравнении с радиолокацией);
- значительные флуктуации физических параметров среды распространения, что на больших расстояниях не позволяет рассматривать гидроакустический канал как «замороженную сцену»;
- наличие режима шумопеленгования, когда обнаружение, классификация проводятся по шумам надводных и подводных объектов.

Перечисленные особенности приводят к тому, что синтез алгоритмов оптимальной обработки в гидроакустике является сложной математической задачей, требующей применения широкого спектра математических дисциплин. В частности, это касается теории групп и представлений, методов теории нелинейной фильтрации. С точки зрения реализации алгоритмов обработки, следует отметить, что частота акустических колебаний не превышает сотни килогерц и поэтому уже на этапе первичной обработки, есть возможность применять цифровые методы. Если рассматривать вопросы реализации и воплощения методов и алгоритмов в технические средства, то здесь особенности гидроакустики сказываются более существенно. Основная причина – совершенно разные физические принципы, лежащие в основе радиолокации и гидроакустики. В радиолокации это распространение электромагнитных волн, в акустике – упругих колебаний. Но, в целом, и гидроакустика, и радиолокация, несмо-

тря на все их различия, в своем развитии подпитывают друг друга и способствуют дальнейшему развитию и совершенствованию методов теории статистического обнаружения сигналов.

Современные гидроакустические средства решают большой круг задач. Дальнейший прогресс в развитии гидроакустических средств самого разнообразного применения связан с введением в состав трактов пространственно-временной обработки гидроакустических сигналов, элементов согласования их структуры и параметров с характеристиками океанической среды и теми преобразованиями, которые она осуществляет над распространяющимися сигналами. Таким образом, для более эффективного функционирования ГАС необходимо руководствоваться более фундаментальными принципами их построения, которые основаны на и согласовании симметрий сигнала и средств его обработки.

#### **Основополагающие принципы, лежащие в основе современной науки**

В основе теоретико-группового подхода анализа и синтеза гидроакустических сигналов лежит понятие симметрии. По-видимому, первым, кто дал строгое определение понятию симметрии был немецкий математик Герман Вейль: «Объект является симметричным, если после определенной операции над ним (например, поворота, сдвига, зеркального отражения), он будет выглядеть точно таким же, как и до операции». Дальнейшее развитие физики расширило понятие симметрии, и позволило перенести его на физические законы.

История создания математического описания симметрии, ее видов связана с высшими разделами алгебры, одним из которых является теория групп и представлений. Наиболее важный результат в теоретической физике, опирающейся на мировоззрение симметрии, связан с именем выдающейся женщины-математика Амалии Эмми Нетер (1882-1935).

В 1918 г. Э. Нетер доказала фундаментальную теорему, носящую теперь ее имя. В соответствии с этой теоремой существование любой конкретной симметрии – в пространстве-времени, степенях свободы элементарных частиц и физических полей – приводит к соответствующему закону сохранения, причем из этой же теоремы следует и

конкретная структура сохраняющейся величины. Из теоремы Нетер следуют:

- закон сохранения энергии, который следует из инвариантности относительно сдвиговой симметрии, выражающей физическое свойство равноправия всех моментов времени, однородность времени;
- закон сохранения импульса или количества движения, вытекающий из инвариантности относительно пространственных сдвигов (свойство равноправия всех точек пространства, однородность пространства);
- закон сохранения момента импульса или момента количества движения, являющийся следствием инвариантности относительно пространственного вращения (осевая симметрия, свойство равноправия всех направлений в пространстве, изотропность пространства).

Теорема Э. Нётер является важнейшим инструментом теоретической физики, который играет междисциплинарную роль принципов симметрии при построении физической теории. Суть теоретико-инвариантного подхода, состоит в систематическом применении групп симметрии к изучению конкретных геометрических объектов. Принцип симметрии сыграл решающую роль в формировании «Эрлангенской программы» Ф. Клейна как общего метода определения структуры и способа построения широкого класса геометрий (1873). Основным идеологом «Эрлангенской программы» явилась Э. Нетер. В физике теоретико-инвариантные идеи и принцип симметрии приобрели особенную значимость в связи с развитием релятивистской теории и последующей «геометризации» физики. В рамках общей теории относительности в группу симметрии включены все законы, определяющие свойства пространства-времени и включающие только динамические переменные.

Если основываться на понятии «полного описания физической системы», которое включает однозначные определения движений всех частиц и напряженностей полей во всех пространственно-временных точках, принцип симметрии можно свести к следующим положениям:

- полное описание сохраняется при всех преобразованиях в любых эквивалентных системах координат;

- все движения, возможные в одной системе координат, возможны во всех эквивалентных системах;
- уравнения движения инвариантны во всех эквивалентных системах.

Принцип симметрии является эвристическим и методологическим принципом научного исследования, в соответствии с которым определенные свойства и взаимосвязи объектов, формулируемые как законы в составе научных теорий, инвариантны относительно некоторых выделенных преобразований, которые образуют группу симметрии. Принцип симметрии можно понимать как некоторое обобщение принципов относительности, инвариантности

Принцип симметрии стал методологической основой выявления источников и способов возможных разрешений проблемных ситуаций в науке, которые связаны с обнаружением не известных ранее симметрий или с нарушениями установленных симметрий, а также прогнозом относительно возникновения новых направлений теоретического анализа в этой области. К примеру, механика Ньютона может рассматриваться как разрешение проблемной ситуации, возникшей с обнаружением Кеплером симметрических закономерностей движения планет, которые не могли быть последовательно совмещены с механикой Галилея.

Очень плодотворными оказались идеи типологии и классификации различных типов симметрии и ограничений «эрлангенского» подхода. Эрлангенский принцип, проник в физику и определил целесообразность формулирования физических теорий на языке лагранжианов. То есть, в основу построения физической теории должен быть положен «лагранжев формализм». Функция Лагранжа является основным математическим инструментом при построении базисной теории механистической исследовательской программы – аналитической механики. Использование лагранжиана в теории позволяет задавать и описывать динамику рассматриваемых систем. Однако лагранжиан обладает еще одной важной особенностью: он строится таким образом, что для данной конкретной теории оказывается инвариантным (неизменным) относительно преобразований, соответствующих конкретному рассматриваемому в данной теории абстрактному пространству, следствием чего и являются законы сохранения.

Формы лагранжианов, при описании различных явлений природы, в том числе и таких, которые не объясняются законами классической механики, разумеется, разные. Однако единым является сам подход к решению проблем.

Симметрия и законы сохранения тесно связаны друг с другом, и являются равноправными и взаимосвязанными проявлениями фундаментальных свойств материи. Симметрия обладает признаком всеобщности и пронизывает все сущее и поэтому, связанные с ней законы сохранения фундаментальны. В физике к настоящему времени установлены связи множества законов сохранения с соответствующими симметриями.

Свойства симметрии относятся к числу самых основных, коренных свойств физических систем и отражают устойчивость незыблемость явлений относительно преобразований, которые формально могут быть описаны в виде группы. Большая часть современных физических теорий построена на анализе именно свойств симметрии. Описания всех известных видов полей (в том числе и гидроакустических), которые описываются с помощью дифференциальных уравнений, в основе своей содержат представления о симметрии, о математической формулировке конкретных симметрий. В этом смысле современная физика идет по пути, проложенному геометрией. Только в физике симметрии играют, пожалуй, еще более важную роль, так как формируют наше мировоззрение на окружающую нас действительность.

Фундаментальные законы сохранения в физике работают как принципы запрета. Эти законы не дают прямых указаний, как должен протекать тот или иной физический процесс. Они лишь постулируют факт того, какие процессы запрещены и не могут происходить в природе. Любой процесс, при котором нарушается хотя бы один из законов сохранения, не может существовать в природе и, поэтому запрещен. И наоборот – всякий процесс, при котором ни один из законов сохранения не нарушается, в принципе может иметь место.

С математической точки зрения закон сохранения энергии эквивалентен утверждению, что система дифференциальных уравнений, описывающая динамику данной физической системы, обладает первым интегралом движения, связанным с симметричностью уравнений относительно сдвига во времени.

До недавнего времени в физике проводилось четкое разделение на внешние и внутренние симметрии. Внешние симметрии определялись как симметрии физических объектов в реальном пространстве-времени. Внешние симметрии называются также пространственно-временными или геометрическими. Следствием внешних симметрий являются законы сохранения энергии, импульса и момента импульса. К внутренним симметриям относят симметрии относительно непрерывных преобразований во внутренних пространствах, не имеющих, как считалось до недавнего времени, под собой физической основы, связывающих их со структурой пространства-времени. Такой, к примеру, является глобальная калибровочная симметрия для электромагнитного поля, следствием которой является закон сохранения электрического заряда. К внутренним симметриям можно отнести преобразование времени при распространении гидроакустического сигнала и влиянии на него кинематики объектов локации. Современная теоретическая физика дает еще один чрезвычайно важный результат, свидетельствующий о том, что все многообразие физического мира проявлено вследствие нарушений определенных видов симметрии. Таким образом, благодаря открытию Э. Нётер, в естествознании в качестве трансдисциплинарной концепции формируется концепция описания явлений через призму диалектики симметрии и асимметрии.

В области теории инвариантности применительно к системам различного назначения достигнуты значительные успехи. Развита теория инвариантности для многомерных непрерывных, импульсных и дискретных систем (с использованием ЭВМ). Рассмотрены условия управляемости и наблюдаемости систем управления. Разработана теория многомерных инвариантных систем при случайных воздействиях, предложен ряд методов для синтеза инвариантных многосвязанных систем, а также матричные методы для исследования и синтеза указанных систем.

Определенное развитие получило направление, касающееся вопросов параметрической инвариантности, теории чувствительности и статистической динамики. В частности, разработаны принципы построения систем с двух-кратной инвариантностью, в которых достигается одновременная

инвариантность по отношению к внешним возмущениям и изменениям параметров системы. Выявлена взаимосвязь теории инвариантности и теории информации. Введены информационные характеристики процессов управления, основанные на понятии различимости процессов и энтропии. Получены условия инвариантности в информационной форме и даны уравнения балансов компенсации в энтропийной форме для двух основных режимов управления — стабилизации и воспроизведения. Найдены информационные аналоги принципа двухканальности Б. Н. Петрова и показана общность его с теоремой Шеннона о прямом и компенсационном каналах для получения полного воспроизведения сообщений. Получены информационные ограничения на пропускную способность каналов передачи возмущений, которые необходимо учитывать в теории инвариантности абсолютно и с точностью до малой величины.

Расширены исследования самонастраивающихся систем, в которых используется принцип инвариантности, нелинейных инвариантных систем и систем с переменной структурой. Показана возможность повышения точности систем и улучшения их динамических и эксплуатационных характеристик в условиях больших внешних возмущений. При этом системы, построенные на основе принципов инвариантности, получают достаточно простыми и надежными для реализации. Проведены работы большого прикладного значения в области теории инвариантности систем с распределенными параметрами.

#### **Непрерывные представления группы линейных преобразований гидроакустического сигнала**

В области гидроакустики пионером применения теоретико-группового подхода и принципов симметрии, является В.А. Сапрыкин и его научная школа. Им впервые были рассмотрены преобразования, лежащие в основе представления гидроакустических сигналов и помех, получено более 100 патентов и авторских свидетельств на изобретения, в которых предлагались технические решения, позволяющие реализовать базовые принципы теоретико-группового подхода. Под руководством В.А. Сапрыкина было защищено более 100 докторов и кандидатов наук. К сожалению, из-за сложной экономической ситуации, сложившейся в переходный период и раз-

вал СССР, большинство идей и методов, предложенных им оказались невостребованными. В настоящее время работы по развитию теории теоретико-групповых моделей в гидроакустике продолжаются и развиваются на кафедре гидроакустики в ВМПИ ВУНЦ ВМА им. Н.Г. Кузнецова.

Применение теоретико-группового подхода в гидроакустике связано с такими понятиями как: энергия сигнала, инвариантная мера, сигналы инвариантные относительно тех или иных преобразований, алгоритмы обработки, согласованные с симметрией сигнала и т.д.

Для решения задач основных групп преобразований связанных с распространением сигналов рассмотрим основные понятия, связанные с теорией групп и их представлений.

Группой называется любая совокупность элементов, обладающая четырьмя основными свойствами: замкнутостью относительно групповой операции; наличием обратного элемента; наличием единичного элемента; ассоциативностью.

Наиболее существенное влияние на гидроакустические сигналы оказывают два преобразования: сдвига (аддитивная группа  $A$ ), связанная с пространственным разнесением источника и приемника сигнала и сжатия (мультипликативная группа  $M$ ), связанная с кинематикой объектов и флуктуациями среды. Два этих преобразования образуют группу линейных преобразований времени, которое является носителем сигнала.

Преобразованию времени соответствует оператор, на основе которого строятся представления группы, как некоторые функции, являющиеся инвариантными с точностью до формы, относительно выделенных симметрий. Операторы индуцированного представления для подгруппы  $A$ , определенные в пространстве Фурье-образов, строятся в гильбертовом пространстве спектров  $S(\omega)$ , заданных на полупрямой  $0 \leq \omega \leq \infty$ , и интегрируемых с квадратом относительно аддитивной меры Лебега  $d\omega$ . Класс функций  $\Phi$ , имеющий в пространстве преобразований Фурье ограниченного вида ( $0 \leq \omega \leq \infty$ ), известен как класс аналитических сигналов. Эти представления допускают также реализацию в пространстве квадратично интегрируемых функций по обычной лебеговой мере  $L^2(\mathbf{R}^+, d\omega)$ , связанной с преобразованием Меллина [6-8]. Преобразование Фурье переводит

представление во времени в представление, действующее в двойственном пространстве спектров.

Группа линейных преобразований с элементами  $g(\alpha, \tau)$  ( $\alpha$  - параметр сжатия,  $\tau$  - параметр сдвига) изоморфна группе матриц второго порядка вида:

$$g(\alpha, \tau) = \begin{pmatrix} \alpha & \tau \\ 0 & 1 \end{pmatrix} (\alpha \in \mathbf{R}^+, \tau \in \mathbf{R}). \quad (1)$$

Реальное движение источника и приемника, в особенности при использовании длинных широкополосных сигналов, не всегда укладывается в рамки линейной модели преобразования носителя сигнала, так как доплеровский параметр сам является функцией времени и поэтому при построении модели сигнала необходимо ввести параметр  $\beta$ , учитывающий скорость его изменения. Обобщением линейного преобразования прямой является дробно-линейное преобразование, образующее группу вещественных полупростых групп Ли  $SL(2, \mathbf{R})$ , которые имеют наглядное представление в виде матриц второго порядка вида:

$$g(\alpha, \tau) = \begin{pmatrix} \alpha & \tau \\ \beta & 1 \end{pmatrix} (\alpha \in \mathbf{R}^+, \tau \in \mathbf{R}, \beta \in \mathbf{R}). \quad (2)$$

Условия распространения сигналов в тех или иных средах, сопровождаются физическими явлениями, приводящими к его преобразованиям, обладающих определенной симметрией и, которые необходимо учитывать при построении математических моделей сигналов. Т.е. преобразования сигналов, вытекающие из свойств канала распространения, должны генерировать соответствующие свойства симметрии. В связи с этим необходимо обобщить математические модели сигналов, до моделей, включающих в себя возможные преобразования, в виде некоторого числового параметра. Представления (1-2) широко используются в различных областях физики. Последнее, лишний раз свидетельствует о единстве природы и фундаментальных принципов, которые лежат в основе явлений, относящихся к разным предметным областям.

#### Частотно-временные характеристики сигналов

Для теории сигналов традиционно рассматривать представления сигналов во временной и в частотной областях. Частотно-временной дуализм позволяет значительно упростить решение многих вопросов, связанных с анализом и синте-

зом сигналов, а также средствами их обработки. Частотное и временное представление сигналов связано между собой интегральным преобразованием. В симметрии сдвига таким преобразованием является преобразование Фурье, а в симметрии сжатия – преобразование Меллина.

Одной из главных целей теоретического естествознания, а, следовательно, и теории сигналов, является нахождение наиболее простого адекватного описания предмета исследования. Невозможно определить математическое описание сигнала, если его рассматривать «вообще». Необходимо вводить ограничения, на основе которых можно определить классы сигналов, которые имеют более простое описание, соответствующее выделенной симметрии. В современной гидроакустике принято, к примеру, разделять узкополосные и широкополосные сигналы, ориентируясь при этом на традиционные представления, связанные с аддитивной мерой и группой сдвига.

Но эта точка зрения не учитывает многообразия возможных преобразований сигнала и возникающих при этом базисных функций, которые соответствуют той или иной симметрии. К примеру, сигнал с гиперболической модуляцией является широкополосным в традиционном понимании, но в базисе мультипликативных гармоник он будет представлен только одной дискретной компонентой, т.е. является узкополосным. А ведь описание узкополосных сигналов значительно проще, чем широкополосных, так как для них достаточным является указание базовой гармоники и вектора числовых характеристик (амплитуда, частота, фаза). Т.е. для их описания достаточно введения числового пространства. Широкополосный сигнал математически представляется в виде амплитудного и фазового спектра, что требует использования функционального пространства, которое гораздо сложнее числового. Классификация сигналов по признаку симметрий, позволяет в каждом классе ввести свое понятие узкополосности. Причем такой подход касается не только временных сигналов, но и пространственно-временных. В теории распространения гидроакустических сигналов в зависимости, от граничных условий появляются плоские волны, цилиндрические, сферические. Симметрия позволяет уменьшить размерность задачи. К примеру, однородность канала распространения и плоские границы, позволяют вместо

трех пространственных координат, рассматривать только две (цилиндрические волны). Продолжая аналогию, в теории сигналов, во многих случаях, введение понятий нестационарности, квазистационарности является непродуктивным и отражает лишь наши недостаточные знания о предмете исследования. Рассмотрение только представлений (2) позволяет ввести три класса сигналов, в каждом из которых можно ввести свое понятие стационарности, узкополосности, сложности сигнала и т.д. С другой стороны, неконкретность математической модели сигнала вследствие ее не адекватности реальному сигналу, не учет его симметричных свойств, приводят к системам обработки, которые или не оптимальны в принципе или позволяют извлечь информацию только путем усложнением обработки и высокими вычислительными и емкостными затратами. Естественно, в условиях, когда возрастает уровень сложности решаемых задач, вопросы цены этого решения являются одними из главенствующих при разработке алгоритмов обработки сигналов и синтезе соответствующих ГАС.

Для сигналов, определенных на аддитивной группе преобразований широко, используются такие характеристики как эффективная ширина спектра  $W$ , эффективная длительность сигнала  $T$ , энергия сигнала, коэффициент узкополосности. Необходимость использования коэффициента узкополосности определяется тем, что он позволяет разделить сигналы на два важных класса: узкополосные и широкополосные. Методы синтеза узкополосных сигналов их анализ и обработка значительно проще, чем широкополосных и достаточно широко освещены в литературе [2, 9]. Аналогичные понятия можно вести в классе сигналов с выделенной симметрией [1-3, 5-7].

Удобство применения узкополосного сигнала обуславливается, прежде всего связано, с возможностью аппроксимации эффекта Доплера узкополосным приближением, которое позволяет заменить сжатие во временной области на частотной сдвиг спектра. В общем случае, условие доплеровской аппроксимации записывается в виде:

$$\frac{2v_p}{c} WT < 1,$$

$v_p$  – радиальная составляющая скорости объекта локации.

Как было уже указано выше, что исходя

из общефизической позиции научного исследования, основанного на принципе симметрии понятие «широкополосности» само по себе без определения форм его симметрии, т.е. преобразований относительно, которых выделенный класс преобразований инвариантен, не имеет смысловой нагрузки и не приводит к конструктивному направлению в развитии теории сигналов. Теоретико-групповой подход к представлению сигналов, позволяет ввести условие узкополосности и сдвиговой аппроксимации на классе сигналов с выделенной группой преобразований. Представим широкополосный сигнал  $S$  как совокупность классов сигналов  $K_p$ , узкополосных для форм симметрии, определенной на каждом из классов. В частности, в преобразовании гидроакустических сигналов можно выделить три группы преобразований, а именно: параболическую (аддитивную), гиперболическую (мультипликативную), антипараболическую (или эллиптическую). Эти группы возникают из пространственной разнесенности источника и приемника, а также их взаимной кинематики. Разбиение множества сигнала соответствует заданию на этом множестве операции эквивалентности. Каждый из классов порождается однопараметрической группой преобразований, т.е. элементы одного класса сигналов можно переводить друг в друга операцией группового сдвига. Каждая такая однопараметрическая группа полностью определяется инфинитезимальным оператором группы [8-10]. Таким образом, сигнал, являющийся широкополосным в одном классе, является узкополосным в другом.

Все преобразования времени (вещественной прямой) сводятся, с точностью до функции времени, к дробно-линейному преобразованию (на плоскости это соответствует аффинному преобразованию по каждой из координат). Уравнение, которое инвариантно этому преобразованию является нелинейное дифференциальное уравнение первого порядка – уравнение Риккати. Это уравнение порождает три однопараметрические подгруппы (о чем было сказано выше), которые удобно представлять в виде матриц. Произведение этих матриц дает матрицу (2). Если использовать цепочки преобразований, то мы получим бесконечное число групп. Это обобщение было проведено в работах [5-7].

Важнейшим свойством однопараметрических групп на вещественной прямой (времени) является

то, что произвольный закон композиции в локальной однопараметрической группе (ЛОПГ), может быть приведен, в соответствии с теоремой об изоморфизме, к аддитивному сдвигу [1-7]. Другими словами, можно ввести такую параметризацию на произвольной однопараметрической группе, что уравнение Ли, которое определяет инфинитезимальный оператор, будет иметь простейший вид. Операцию изоморфизма можно получить также, непосредственно из оператора инфинитезимального преобразования, решая соответствующее уравнение.

Так как, понятие широкополосности и узкополосности напрямую связано с его спектральным представлением, то из этого следует, что необходимо ввести обобщение понятие спектра на выделенной группе преобразований. Т.е. требуется обобщение понятия преобразования Фурье на группу преобразований. К основным свойствам преобразования Фурье на группе однопараметрических преобразований носителя сигнала относятся: теорема о сдвиге, теорема о сжатии, теорема умножения (теорема о свертке). Из этих теорем следует, что вычисление спектра на группе, заданной инфинитезимальным оператором необходимо предварительно произвести масштабирование носителя сигнала по закону обратному преобразованию времени, а затем вычислить преобразование Фурье. Используя изоморфизм однопараметрических групп нетрудно получить основные числовые характеристики сигналов с выделенной симметрией. А именно, энергию, эффективную длительность и полосу, центральную частоту, сложность, узкополосность. В классе сигналов с заданной симметрией, вводится понятие аналитического сигнала. Для этого необходимо определить преобразование Гильберта на группе преобразований. Свойства преобразований на мультипликативной группе, было получено в работах [1-3]. Дальнейшее обобщение и развитие проведено в работах [5-7,12].

Таким образом, на произвольной ЛОПГ можно ввести прямое и обратное обобщенное преобразование Фурье [2,6-7]. Инвариантный базис на произвольной однопараметрической непрерывной группе преобразований, составляют функции вида, являющихся неприводимыми представлениями (характерами) однопараметрической группы  $K_r$ .

Исходя из группы преобразования, действующей в области определения сигнала можно клас-

сифицировать сигналы и обобщить его основные свойства и характеристики на соответствующие классы. При этом, как было указано выше, между классами имеет место изоморфизм, который устанавливается соответствующим отображением.

Рассмотренный метод представления узкополосных сигналов на группе, позволяет снизить требования к средствам обработки сигналов по вычислительным и емкостным затратам. Как следствие необходимо подчеркнуть, что принятое определение узкополосности, позволяет выделить класс узкополосных сигналов, которые по общепринятым стандартам узкополосности, являются широкополосными, вследствие чего, понятие комплексной огибающей не имело смысла и технического воплощения.

#### Согласование средств обработки с симметрией сигнала

Преобразование времени, связанное с кинематикой может быть получено, исходя из модели движения источника и приемника гидроакустических сигналов и динамики текущего расстояния и связано с представлением (2).

Из представления (2) следует, что преобразование времени можно выразить как последовательное выполнение преобразований: задержки сигнала, доплеровского сжатия и нелинейного преобразования с точностью до малой величины  $\beta$ , описывающего эффект «скорости изменения доплеровского параметра». Параметр  $\beta$  определяется как «параметр ускорения», так как его размерность имеет размерность ускорения. Необходимо отметить, что дробно-линейная модель имеет место также и в случае более общего движения, а именно, прямолинейного равноускоренного.

Для задач обнаружения характерным является то, что не известен момент прихода сигнала и задача решается при малых отношениях сигнал/помеха (ОСП), поэтому максимум ОСП достигим только в случае одновременной компенсации преобразований. Это возможно осуществить или за счет высокого быстродействия или за счет параллельной обработки. Конструктивность теоретико-группового подхода заключается в возможности использования изоморфизма между группами, последовательной компенсации преобразований, вследствие чего быстрые алгоритмы, разработанные

ные для аддитивных преобразований, после соответствующего отображения, применимы и для произвольной однопараметрической подгруппы.

При теоретико-групповом подходе процесс согласования алгоритма обработки гидроакустических сигналов сводится к определению алгоритмов, инвариантных относительно выделенных преобразований. Для решения задачи обнаружения сигналов с известными характеристиками оптимальным приемником является согласованный фильтр (СФ) или коррелятор, симметрия которого согласована с симметрией сигнала.

Таким образом, для решения проблемы согласования средств обработки и сигнала, необходимо выполнение следующих этапов:

- выделение основных групп преобразований, связанных с кинематикой объектов локации и распространением сигналов в неоднородном и динамичном гидроакустическом канале;
- построение теории пространственно-временного представления сигналов на выделенных группах преобразований;
- построение теории Фурье-преобразования на выделенных группах преобразований;
- определение собственных функций и комплекса характеристик инвариантных относительно влияния среды и кинематики объекта поиска (введение понятия узкополосности на группе преобразования, ширины спектра и длительности сигнала, энергии и т.д.);
- разработка алгоритмов, позволяющих эффективно решать гидроакустические задачи в условиях выделенных преобразований.

### Выводы

Для выделенной группы преобразований наиболее «естественным» представлением является базис неприводимых представлений, так как в этом случае параметр преобразования представляется в виде сдвига. Последнее подтверждает основной тезис теоретико-группового подхода: при представлении и обработке сигналов, симметрия сигналов и средств обработки должна быть согласована с видом преобразования сигнала, так как это обеспечивает его минимальное описание, и как следствие, минимальные вычислительные и емкостные затраты. Соответствие между симметриями сигнала и средствами его обработки естественным образом вытекает из прин-

ципа дуальности математических моделей сигнала и системы. Исходя из этого, становится ясным, что на современном этапе развития технических средств обработки информации, одним из важнейших становится вопрос построения и выделения групп преобразований на основе анализа физических явлений, сопутствующих распространению сигнала. С этой позиции и необходимо оценивать актуальность и важность дальнейшего развития теоретико-группового подхода на произвольных однопараметрических группах преобразований, рассмотренного в рамках данной статьи.

### Список литературы

1. Сапрыкин В. А., Волошин А. К., Рокотов С. П. К вопросу представления сигналов. Анализ и обработка акустической информации // Тезисы 3-ей ДАК «Человек и океан». Ч.3. – Владивосток, 1982. – С.46-50.
2. Сапрыкин В. А. Радиотехнические цепи и сигналы. Часть 1. – СПб.: Петродворец, ВМИРЭ им. А.С. Попова, 2008. – 506 с.
3. Сапрыкин В. А., Рокотов С. П. Теория гидроакустики и цифровая обработка сигналов. Часть 2. – СПб.: Петродворец, ВВМУРЭ им. А.С. Попова, 1991. – 415 с.
4. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Т.1. – М.: Сов. Радио, 1977. – 662 с.
5. Бутырский Е. Ю. Функция неопределенности на группе преобразований // Информация и космос. – 2008. – № 3. – С. 31–39.
6. Бутырский Е. Ю. Модели систем и сигналов, индуцированные преобразованием времени. // Научное приборостроение. – 2011. – Т.21. – № 1. – С. 128–135.
7. Бутырский Е. Ю. Основные понятия теории систем и сигналов на группах преобразований // Информация и космос. – 2007. – № 3. – С. 67–80.
8. Виленкин Н. Я. Специальные функции и теория представлений групп. – М.: Наука, 1965. – 587с.
9. Ибрагимов Н. Х. Группы преобразований математической физики. – М.: Наука, 1983. – 280с.
10. Лэнг С.  $SL(2\mathbf{R})$ . – М.: Мир, 1977. – 430с.
11. Варакин Л. Е. Теория сложных сигналов. – М.: Сов. Радио, 1970. – 375с.
12. Бутырский Е. Ю. Взвешенное преобразование Гильберта и его свойства // Информация и космос. – 2008. – № 2. – С. 40–46.